

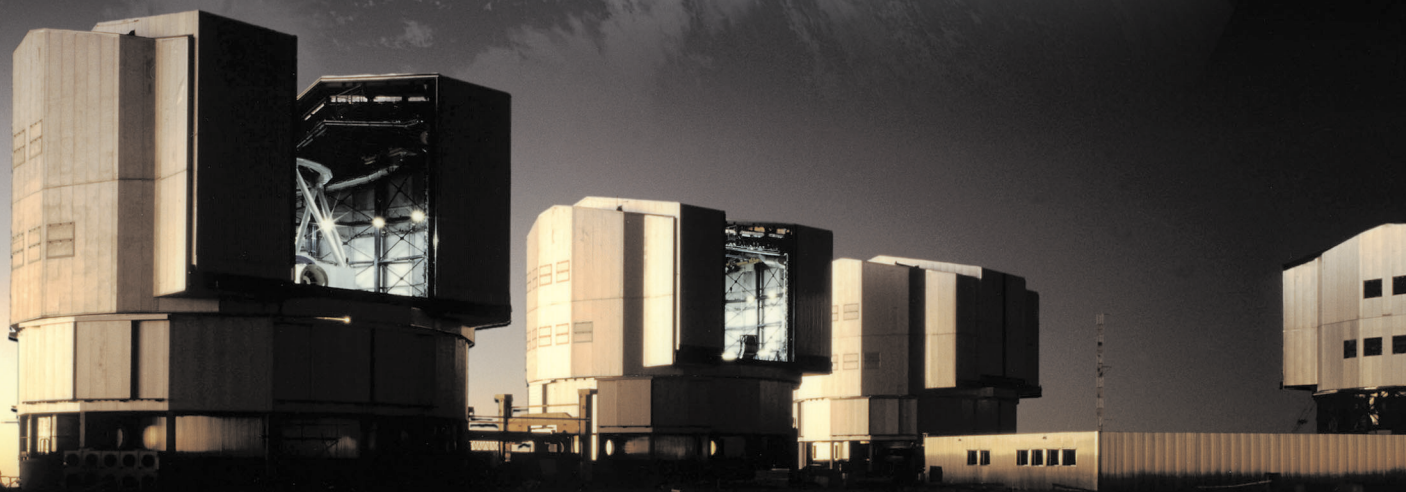
# PROGRAMA DE EJERCICIOS DE ASTRONOMÍA

ESA/ESO

Ejercicios de astronomía para estudiantes basados en observaciones del Telescopio Espacial Hubble de la NASA y la ESA, y de los telescopios del ESO



Ejercicio **3**



## Medida de la distancia a la Nebulosa Ojo de Gato

Basada en las observaciones realizadas con el Telescopio Espacial Hubble de la NASA y la ESA





# Índice

## Programa de Ejercicios de Astronomía de ESA/ESO 3

### Prefacio

- Prefacio ..... página 2

### Introducción

- Últimas fases en la vida de las estrellas de baja masa ..... página 3
- Las distancias a las Nebulosas Planetarias ..... página 4
- La Nebulosa Ojo de Gato ..... página 5

### Tareas

- Tareas 1 ..... página 7
- Tareas 2 ..... página 7
- Tareas 3 ..... página 7
- El método de aumento ..... página 8
- Tareas 4 ..... página 10
- Tareas 5 ..... página 10
- Tareas 6 ..... página 10
- Tareas 7 ..... página 10
- Tareas 8 ..... página 10
- El método del ajuste radial ..... página 11
- Tareas 9 ..... página 13
- Tareas 10 ..... página 13
- Tareas 11 ..... página 13

### Lectura adicional

- Artículos científicos ..... página 14

### Guía del profesor

- Guía del profesor ..... página 16



## Prefacio

### Programa de Ejercicios de Astronomía de ESA/ESO 3

## Medida de la distancia a la Nebulosa Ojo de Gato

La Astronomía es una ciencia visual y accesible, lo que la hace ideal para propósitos educativos. En los últimos años la NASA<sup>1</sup>, la ESA<sup>2</sup>, el Telescopio Espacial Hubble y los telescopios del ESO<sup>3</sup> en los Observatorios de La Silla y Paranal en Chile han mostrado imágenes del Universo cada vez más profundas y espectaculares. Sin embargo, los telescopios del ESO y el Hubble no sólo han proporcionado nuevas imágenes sensacionales, sino que son también herramientas de incalculable valor para los astrónomos. Los telescopios tienen una resolución espacial/angular (nitidez de la imagen) excelente que permite a los astrónomos escudriñar el Universo a distancias mayores, nunca antes alcanzadas, y responder a preguntas sin resolver planteadas desde hace mucho tiempo.

El análisis de tales observaciones, aunque a menudo es muy sofisticado en cuanto a los detalles se refiere, es a veces suficientemente simple en principio como para dar a los estudiantes de secundaria la oportunidad de repetirlo ellos mismos.

Este programa de ejercicios ha sido producido por los socios europeos del proyecto Hubble, ESA (Agencia Espacial Europea), la cual tiene acceso al 15% del tiempo de observación del Hubble, junto con el ESO (Observatorio Europeo Austral).



**Figura 1: El Telescopio Espacial Hubble de la NASA y la ESA**

*El Telescopio Espacial Hubble de la NASA y la ESA ha mostrado espectaculares imágenes del Universo desde su órbita alrededor de la Tierra.*



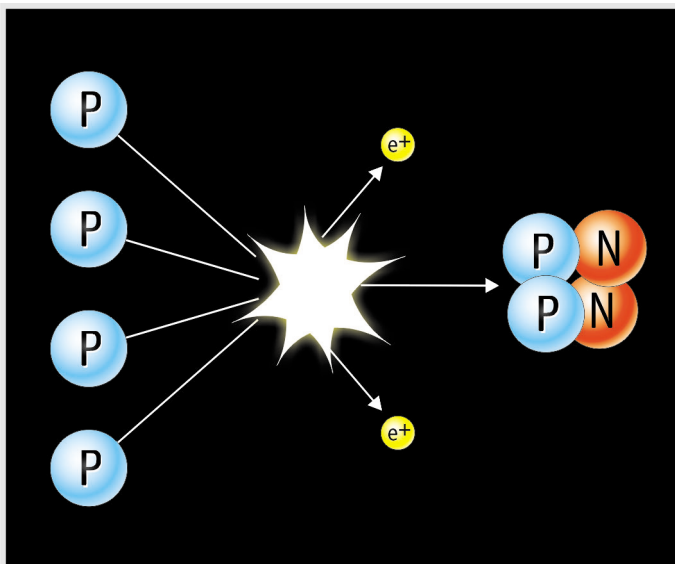
## Introducción

### Últimas fases en la vida de las estrellas de baja masa

La Nebulosa Ojo de Gato (NGC 6543) es lo que se denomina una nebulosa planetaria. A pesar de su nombre, una nebulosa planetaria no tiene nada que ver con un planeta. El término fue introducido durante el siglo XIX, pues estos objetos se parecían bastante a planetas a través de los pequeños telescopios de la época. Las nebulosas planetarias se forman durante la agonía de las estrellas de baja masa, tales como el Sol, cuando las capas externas de la estrella son eyectadas de forma lenta.

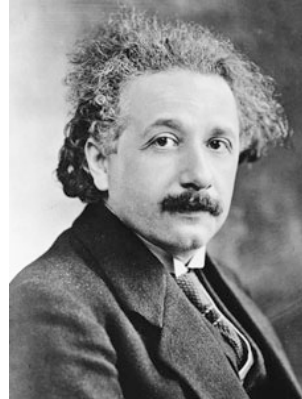
La luz emitida por la mayoría de las estrellas es un producto resultante de los procesos de fusión termonuclear, conocidos como combustión del hidrógeno, donde cuatro núcleos de hidrógeno se fusionan para formar un núcleo de helio.

Tal fusión puede sólo tener lugar en el núcleo de las estrellas donde las gigantescas fuerzas gravitacionales elevan la temperatura hasta aproximadamente  $10^7$  K. A estas altas temperaturas hay energía suficiente para superar la fuerza electrostática repulsiva que actúa entre los protones de igual carga, de forma que cua-



**Figura 2. Combustión del hidrógeno**

El mecanismo más simple para la "generación" de energía de las estrellas es la fusión de cuatro núcleos de hidrógeno en un núcleo de helio. El proceso tiene varios pasos pero aquí se muestra el resultado global.



**Figura 3: Albert Einstein**

La famosa ecuación de Albert Einstein  $E = Mc^2$  muestra la relación entre la masa y la energía.

tro núcleos de hidrógeno (protones) pueden fusionarse para crear un nuevo núcleo, helio (ver Fig.2), y de este modo liberar incluso más energía

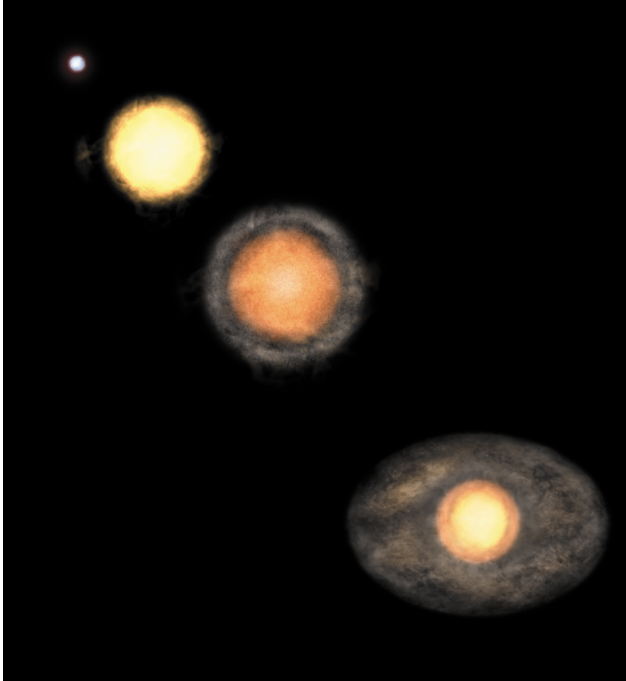
La masa de un núcleo de helio es sólo el 99.3% de la masa de los cuatro núcleos de hidrógeno originales. El proceso de fusión convierte la masa residual del 0.7% en energía — mayoritariamente en luz — que puede calcularse a partir de la famosa ecuación de Einstein,  $E = Mc^2$ . Ya que  $c^2$  es un número grande, dicha ecuación implica que incluso una pequeña cantidad de materia puede convertirse en una enorme cantidad de energía. La masa residual del 0.7% de los cuatro núcleos de hidrógeno asociada a una única reacción puede parecer minúscula, pero cuando se considera el número total de reacciones en todo el proceso de fusión, resulta una cantidad total de masa (y por tanto energía) importante.

La energía radiada equilibra las fuerzas gravitatorias, y la estrella se mantiene en un estado de equilibrio estable durante más del 90% de su vida (el Sol debería estar en su estado estable actual durante otros 5 mil millones de años).

Cuando se agota el suministro de hidrógeno en el núcleo de la estrella y la combustión del hidrógeno ya no es posible, las fuerzas gravitatorias comprimen el núcleo de la estrella. Entonces la temperatura del núcleo aumenta hasta 100 millones de K, y los núcleos de helio



## Introducción



**Figura 4: Últimas fases de la vida de una estrella de baja masa**

*Cuando una estrella alcanza su fase final, comienza a quemar elementos más y más pesados. En ese momento la estrella expulsa polvo y gas, formando así una nebulosa planetaria.*

del núcleo de la estrella comienzan a fusionarse produciendo elementos más pesados, tales como el carbono — proceso de combustión del helio.

A la vez, las capas externas de la estrella se expanden — para una estrella del tamaño de nuestro Sol, en esta fase la envoltura externa se extendería hasta la órbita actual de la Tierra.

El material del interior de la estrella se transporta a la superficie rápidamente, durante esta última fase de la vida de una estrella de baja masa, enriqueciendo así la envoltura externa con otros elementos además del hidrógeno, en un proceso llamado dragado. La envoltura finalmente es expulsada al espacio, algunas veces en forma de concha esférica, pero a menudo con forma asimétrica, creando un cascarón en torno a la estrella que agoniza (ver Fig.4).

La luz ultravioleta del núcleo central de la estrella que agoniza ilumina el material expulsado, realzando la estructura de la espectacular nebulosa planetaria que vemos en los telescopios. Las nebulosas planetarias tienen una vida muy corta en términos de escalas astronómicas. La edad de varias nebulosas planetarias bien conocidas — la Nebulosa Ojo de Gato (NGC 6543) es una de ellas — es sólo de aproximadamente unos mil años, y por término general no tienen

una edad superior a cincuenta mil años. Tras este periodo, se van lentamente disipando en el medio interestelar, enriqueciéndolo con elementos pesados que estarán disponibles en las siguientes generaciones de estrellas.

El Sol es una estrella ordinaria de baja masa y muy probablemente finalice su vida como una espectacular nebulosa planetaria. La vida en la Tierra desaparecerá cuando esto suceda, pero aún tenemos unos 5000 millones de años antes de que éste llegue a ser nuestro mayor problema medioambiental.

### Las Distancias a las Nebulosas Planetarias

En este ejercicio, mediremos la distancia a la Nebulosa Ojo de Gato. El estudio de las propiedades físicas, tales como el tamaño, la masa, el brillo y la edad de la nebulosa planetaria, es imposible sin una medida precisa de la distancia a la nebulosa. En realidad, la astronomía en general depende de precisas medidas de distancia.

No es fácil medir la distancia a una nebulosa planetaria. Incluso aunque se forman a partir de estrellas de baja masa, la masa inicial de la estrella progenitora puede variar en un factor 10, lo que da a cada nebulosa planetaria propieda-



## Introducción

des muy diferentes. Ya que todas las nebulosas planetarias no tienen el mismo tamaño o brillo, no es posible usar expresiones generales para estimar sus distancias. Sin embargo, de manera ocasional, pueden hacerse observaciones que permiten la determinación de la distancia a la nebulosa planetaria de forma directa, como es el caso de la Nebulosa Ojo de Gato.

### La Nebulosa Planetaria Ojo de Gato

La Nebulosa Ojo de Gato se encuentra en la constelación del Dragón y es una de las más complejas nebulosas planetarias nunca observadas. Imágenes del Hubble revelan estructuras sorprendentemente intrincadas como conchas

de gas concéntricas, chorros de gas de alta velocidad e inusuales nódulos gaseosos. Se cree que la estrella central es en realidad una estrella doble ya que los efectos dinámicos de dos estrellas que orbitan entre sí explican de manera más fácil la estructura inusualmente compleja de la nebulosa.

Se han realizado en distintas ocasiones análisis de los diferentes elementos de la nebulosa, mostrada en la Fig.6. Se sabe que varios de los elementos más destacados tienen una edad diferente a la de la parte central de la nebulosa. Las medidas que hacemos en este ejercicio no se centrarán en estos elementos, sino en el eje menor del elipsoide llamado E25.

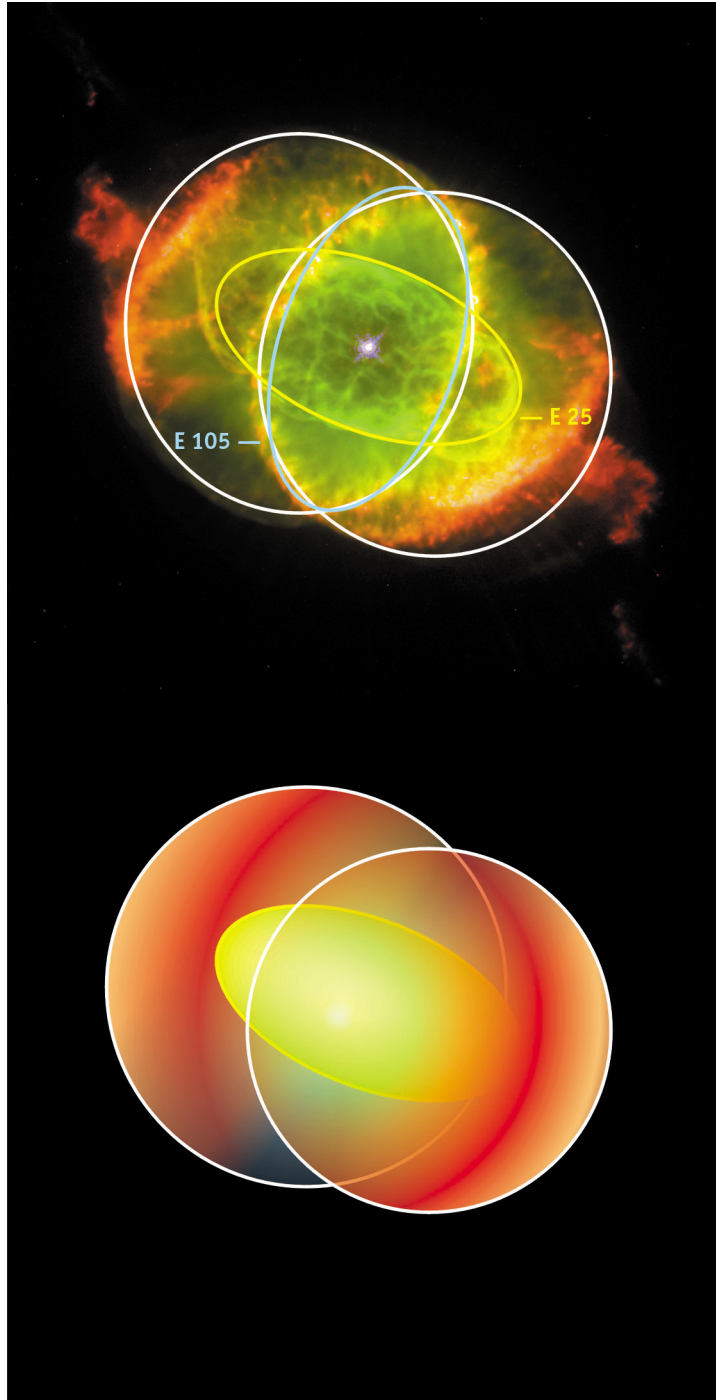


**Figura 5: La Nebulosa Planetaria Ojo de Gato**

Esta imagen a color de la Nebulosa Ojo de Gato, NGC 6543, tomada con la Cámara Planetaria de Campo Ancho 2, del Hubble, es una composición de tres imágenes tomadas a diferentes longitudes de onda. El Nitrógeno ionizado (658.4 nm) se muestra en rojo, el oxígeno doblemente ionizado (500.7 nm) se muestra en verde, y el oxígeno neutro (630.0 nm) se muestra en azul. Se indica la escala de las imágenes. El elemento llamada E25 es el elipsoide más cercano a la estrella central.



## Introducción



**Figura 6: Modelo tridimensional de la geometría de la Nebulosa Ojo de Gato**  
En esta figura se ilustra la estructura general bipolar de la nebulosa. El elipsoide interior, llamado E25, se indica en amarillo. Adaptado de Reed y colaboradores (1999).





En las siguientes dos tareas,  $t$  es el tiempo transcurrido entre las dos observaciones.

### Tarea 1

¿? Encuentra una relación entre el desplazamiento angular  $a$ , el tiempo  $t$  y la velocidad angular de desplazamiento,  $\omega$ .

La velocidad angular se mide en unidades de ángulo por unidad de tiempo. Es importante medir el ángulo en radianes.

### Tarea 2

¿? Encuentra una relación entre el desplazamiento lineal  $l$ , el tiempo  $t$  y la velocidad en la dirección del desplazamiento lineal  $v_t$ . Se denomina velocidad tangencial a esta velocidad.

La velocidad tangencial se mide en km/s.

### Tarea 3

Usando la aproximación para ángulos pequeños de la sección Herramientas Matemáticas, se llega a una relación entre la distancia  $D$ , el desplazamiento lineal  $l$  y el desplazamiento angular  $a$ .

$$D = l/a$$

¿? Usa esta ecuación para encontrar una relación entre la distancia  $D$ , la velocidad tangencial  $v_t$  y la velocidad angular  $\omega$ .

La Nebulosa Ojo de Gato fue observada dos veces con el Hubble, la primera el 18 de Septiembre de 1994 y posteriormente el 17 de Agosto de 1997. Si se muestran las dos imágenes de forma alternativa en la pantalla de un ordenador en una rápida sucesión (técnica conocida como blinking o de intermitencia), se puede ver que la Nebulosa Ojo de Gato se ha expandido en el tiempo transcurrido entre las dos imágenes. Esta expansión angular no es suficientemente grande para que puedan verse las diferencias a simple vista en dos imágenes impresas en papel, pero sí es posible determinar la expansión en unidades de ángulo por unidad de tiempo — como verás tú mismo en un momento.

El uso de este efecto, conocido como paralaje de expansión, no es en absoluto poco común en astronomía. Se aplica con mayor frecuencia a imágenes tomadas con radiotelescopios, pero aquí, la alta resolución del Hubble hace posible determinar en longitudes de onda visibles el paralaje de expansión de diferentes elementos de esta nebulosa lejana. Esto hace posible una descripción detallada de la nebulosa.

Midiendo el paralaje de expansión a lo largo del eje menor de E25 se determina una velocidad angular  $\omega$  perpendicular a la línea de visión. Se necesita una información adicional para calcular la distancia a la nebulosa: la velocidad tangencial a lo largo del eje menor de E25. Afortunadamente esta velocidad ha sido obtenida por un grupo de astrónomos (Miranda y Solf, 1992) quienes combinaron los métodos espectroscópicos<sup>1</sup> con un modelo cinético de la expansión de la nebulosa. Este grupo concluyó que la velocidad tangencial a lo largo del eje menor de E25 es de 16.4 km/s, lo que corresponde a aproximadamente 60,000 km/h.

<sup>1</sup>Las medidas espectroscópicas desdoblan la luz (por ejemplo, con un prisma) en sus colores o longitudes de ondas diferentes. Se puede investigar de esta manera la luz recibida, buscando un posible desplazamiento Doppler inducido por el movimiento de la fuente, y se puede deducir la velocidad radial correspondiente (hacia nosotros o alejándose de nosotros). En este caso particular, el conocimiento de la velocidad radial se ha combinado con modelos de movimientos de expansión globales (en todas direcciones) para deducir la velocidad tangencial.



## Tareas

Ya que se conoce la velocidad tangencial  $v_t$ , únicamente necesitamos determinar la velocidad angular. Usarás dos métodos diferentes para hacerlo, el método de aumento y el método de ajuste radial.

### El método de aumento

La expansión observada en las imágenes del Hubble es menor de un píxel (elemento de la imagen) de forma que su medida requiere una técnica bastante sofisticada.

El método de aumento toma la imagen de 1994 y la aumenta hasta que casa exactamente con la imagen de 1997. La Fig. 7 muestra el método de sustracción. Date cuenta de que esta imagen tomada en 1994 no está aumentada.

En cada una de las nueve imágenes de la Fig. 8, la imagen de 1994 fue aumentada por un factor diferente  $F$  (este número aparece en la esquina superior derecha de cada una de las nueve imágenes pequeñas), y a continuación la imagen de 1997 se sustrajo de la imagen aumentada de 1994.

Cuanto más similares sean las dos imágenes, menor será la estructura que aparecerá en la imagen residual. Debemos buscar la imagen con menos detalle, y el factor de aumento de la es-

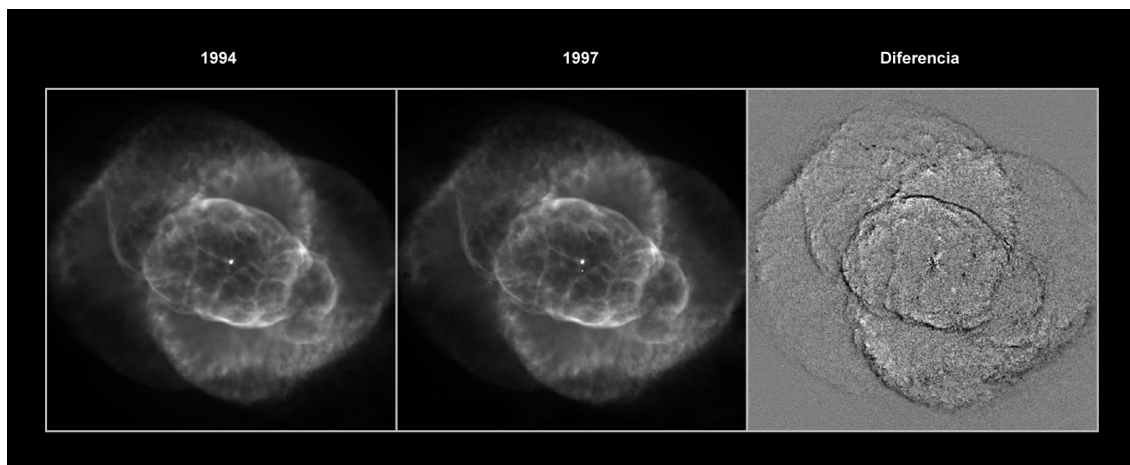
quina de la imagen será el que mejor describa la expansión de la Nebulosa Ojo de Gato de 1994 a 1997. Fíjate en que ya que el paralaje de expansión no es el mismo para todos los elementos de la nebulosa, deberemos buscar la imagen para la cual "nuestro" elemento — el eje menor de E25 — desaparece.

Cuando se determina el factor de aumento  $F$ ,  $\omega$  se puede calcular a partir de la expresión:

$$\omega = \frac{(F - 1)d}{t}$$

donde  $t$  es el tiempo transcurrido entre las dos imágenes, y  $d$  es la distancia en radianes entre la estrella central de la nebulosa y el elemento en estudio (en este caso el eje menor de E25).  $\omega$  se mide en radianes por unidad de tiempo.

Las tareas siguientes te llevarán a través del cálculo de los diferentes parámetros de esta expresión, tras lo cual podrás calcular  $\omega$ , y a partir de su valor, la distancia a la Nebulosa Ojo de Gato.

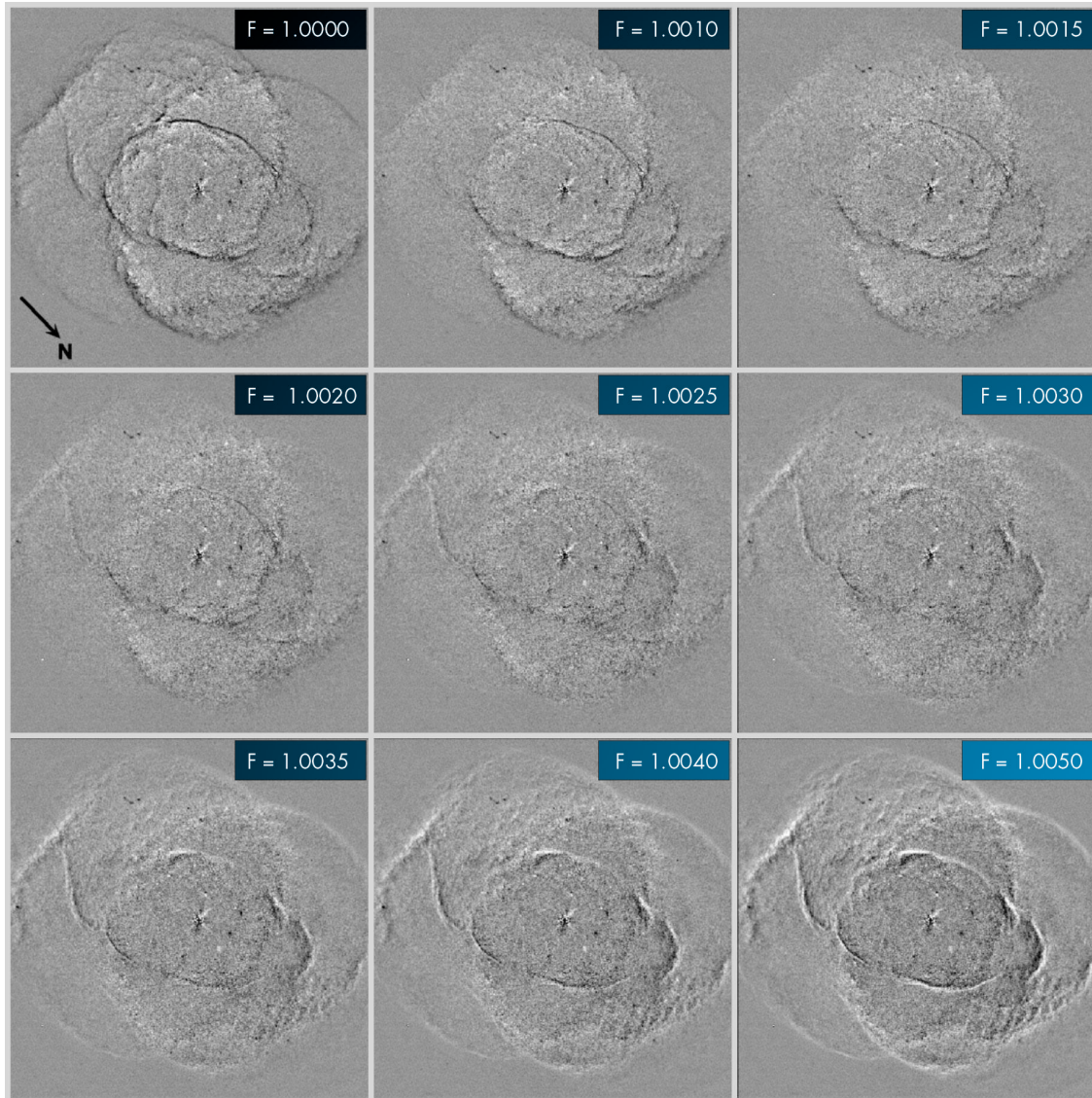


**Figura 7: Resaltar la expansión requiere un tratamiento específico de la imagen**

La primera imagen (Fig.7a) se tomó en 1994, la segunda (Fig. 7b) en 1997. Sólo un observador con ojo de lince podría detectar la diferencia entre las dos imágenes en un ordenador. El tratamiento de la imagen sustrae una imagen de la otra. La imagen resultante se denomina residual (Fig. 7c).



## Tareas



**Figura 8: Las nueve imágenes residuales**

Estas imágenes son el resultado de la aumento de la imagen de 1994 y la posterior substracción de la imagen de 1997. El factor de aumento  $F$  se indica en cada imagen (de Reed y colaboradores, 1999).



## Tareas

### Tarea 4

- ¿? Decide en cuál de las nueve imágenes de la Fig. 8 el eje menor de E25 desaparece o casi desaparece. Puedes decidir que dos imágenes son igual de buenas y tomar el valor medio de las dos como el factor de aumento.

### Tarea 5

- ¿? Calcula el tiempo transcurrido entre las observaciones de las dos imágenes, y pásalo a segundos. ¿Por qué no importa si no sabes exactamente el momento del día en el que se tomaron las imágenes?

### Tarea 6

- ¿? Localiza el eje menor de E25 en la Fig. 5. Mide la distancia  $d$  desde la estrella central de la nebulosa al eje menor de E25 en unidades de milisegundos de arco. Convierte esta distancia a radianes usando el factor de conversión dado en la sección Herramientas Matemáticas.

### Tarea 7

- ¿? Ahora ya tienes todo lo que necesitas para calcular el paralaje de expansión,  $\omega$ , usando el método de aumento.

### Tarea 8

Como se mencionó anteriormente, la velocidad tangencial del eje menor de E25,  $v_t$ , ya ha sido medida por un equipo de astrónomos: 16.4 km/s.

- ¿? Calcula la distancia a la nebulosa Ojo de Gato.

Antes de comparar tu resultado con el de Reed y colaboradores, deberías calcular la distancia a la Nebulosa Ojo de Gato usando El método de ajuste radial



## Tareas

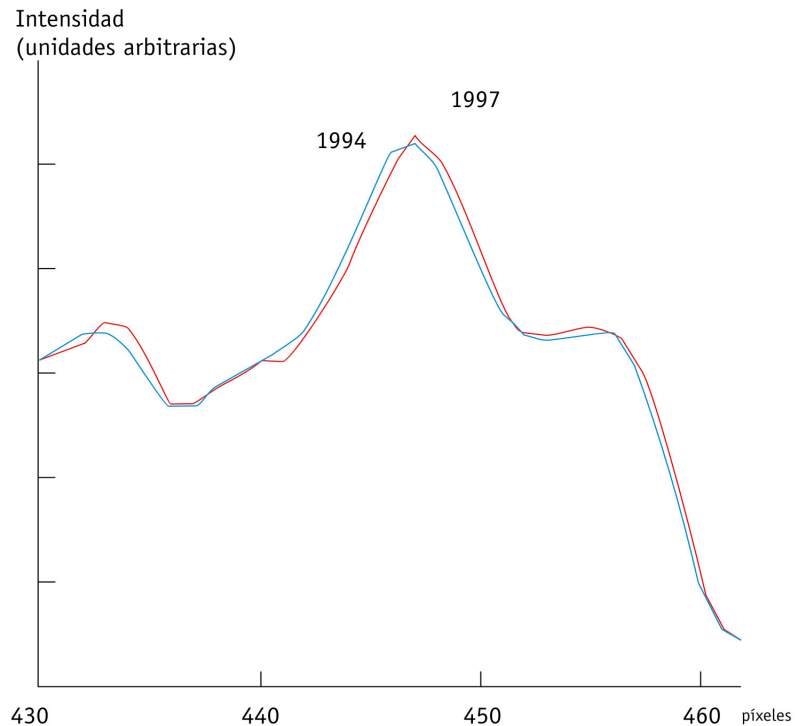
### El método de ajuste radial

Si medimos en la Fig. 5 la intensidad de cada uno de los píxeles de una línea que pasa a través de la estrella central, obtenemos la curva que se muestra en la Fig. 9. Los picos y los valles corresponden a áreas luminosas y áreas oscuras a lo largo de la línea y reflejan la intensidad de la luz proveniente de protuberancias y nódulos de la nebulosa.

La diferencia entre las curvas hechas a partir de las dos imágenes diferentes de 1994 y 1997 respectivamente, pueden usarse para medir la expansión de la nebulosa.

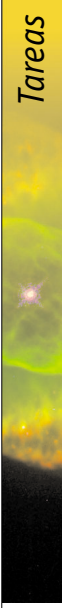
Desafortunadamente, la diferencia entre las posiciones de los elementos de las dos imágenes es tan pequeña (menor que un píxel) que no podemos repetir fácilmente esta medida aquí. Tendrás que fiarte de las diferentes medidas de  $\omega$  hechas por los científicos y usarlas para obtener de nuevo la distancia a la Nebulosa Ojo de Gato. Los científicos han medido  $\omega$  en muchos lugares diferentes de E25 (y también en otros muchos puntos de la nebulosa). Se indican estas medidas en la Fig. 10.

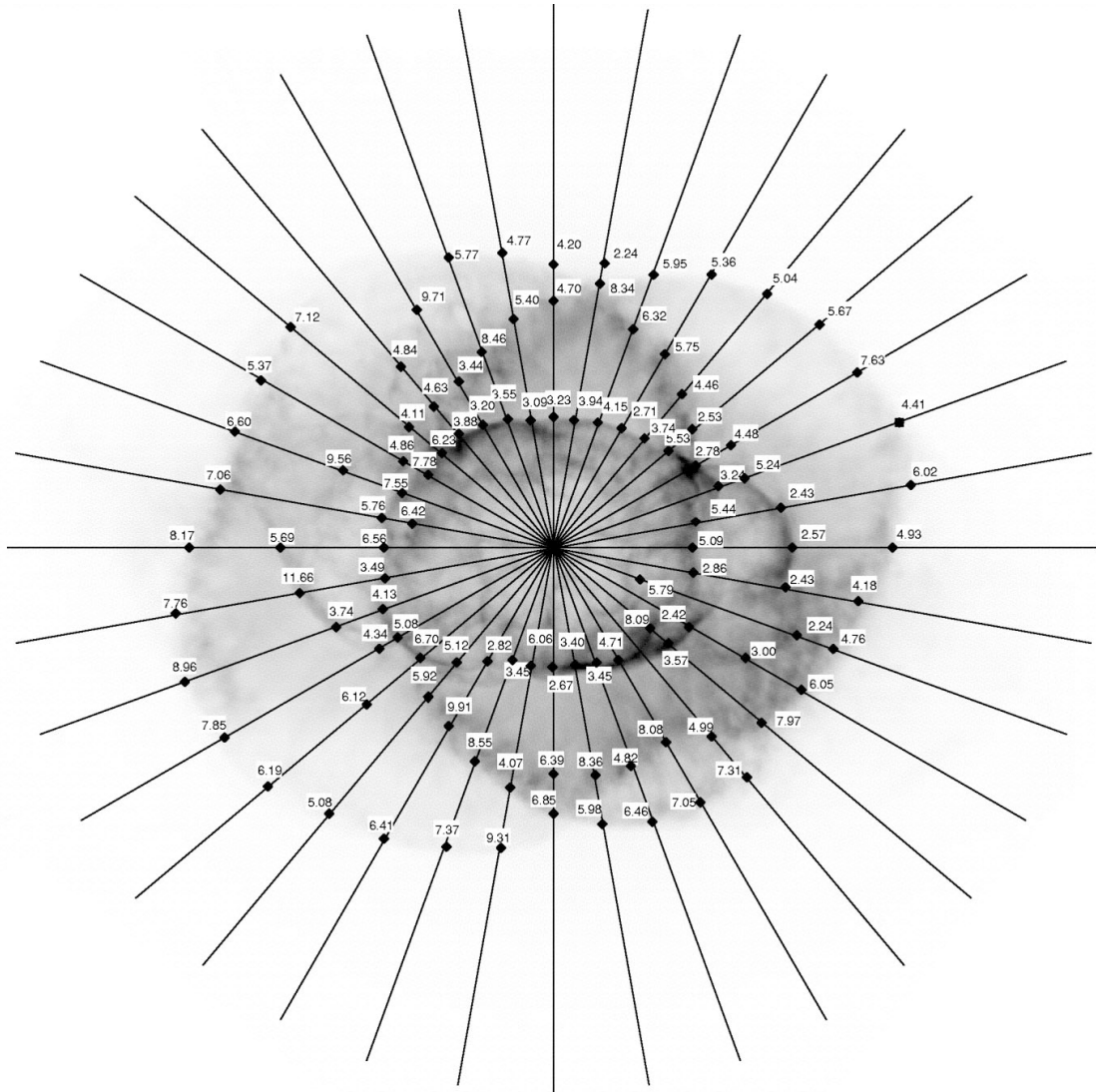
Nota: Las medidas se realizan en milisegundos de arco/año y se tienen que convertir a las unidades correctas.



**Figura 9: Perfiles de intensidad**

Dos ejemplos de las medidas de intensidad a lo largo de una línea a través de la nebulosa en las imágenes de 1994 y 1997 respectivamente. La línea usada aquí es la que corresponde, en la figura 10, a la dirección de las agujas de un reloj a las doce en punto.





**Figura 10:  $\omega$  y los perfiles de intensidad radial**

Se muestran en la figura los valores de  $\omega$  resultantes del ajuste cuidadoso de los perfiles radiales a lo largo de las líneas en diferentes direcciones.  $\omega$  se mide en milisegundos de arco/año (de Reed y colaboradores, 1999).



## Tareas

### Tarea 9

- ¿? Identifica el eje menor de E25 en la Fig. 10. Lee el valor de  $\omega$  de los sectores (con forma de diamante o cuña) apropiados ;sé cuidadoso a la hora de leer el número correcto del diamante correcto!  
Promedia las  $\omega$  que encontraste en la figura y calcula la distancia a la Nebulosa Ojo de Gato como anteriormente.

### Tarea 10

La edad cinemática  $T$  (el tiempo que ha pasado desde que comenzó la expansión de la nebulosa) del núcleo interior de la nebulosa puede deducirse de los valores calculados anteriormente (considerando que la ritmo de expansión es constante desde que comenzó dicha expansión):

$$T = d/\omega$$

El valor de  $d$  se obtuvo en la Tarea 6.

- ¿? Calcular la edad cinemática  $T$ , para los dos valores de  $\omega$  que has determinado.

### Tarea 11

El resultado de Reed y colaboradores para la distancia a la Nebulosa Ojo de Gato es de  $1001 \pm 269$  parsec.

Este resultado se obtuvo midiendo no sólo E25 sino también midiendo a) otras estructuras con el método de aumento, b) todas las direcciones diferentes con el método de ajuste radial, y finalmente c) un tercer método llamado el método del perfil.

- ¿? Compara tus resultados con los resultados de Reed y colaboradores.

- ¿? Piensa sobre qué elementos del resultado han podido influir las decisiones que has tomado en el proceso. Vuelve a hacer el cálculo de la distancia variando ligeramente los parámetros. Por ejemplo, podrías elegir otra imagen residual en el método de aumento o elegir una dirección diferente en el método de ajuste radial. Realiza pequeñas variaciones en los parámetros y probablemente verás una gran diferencia en los resultados.

Este ejercicio ilustra tanto la dificultad de obtener medidas precisas de distancia como la potencia de las herramientas astronómicas.





## Lectura adicional

### Artículos científicos

- Reed, Darren S., Balick, B., Hajian, Arsen R., Klayton, Tracy L., Giovanardi, S., Casertano, S., Panagia, N., Terzian, Y. 1999, AJ, 118, 2430–2441: *Hubble Space Telescope Measurements of the Expansion of NGC 6543: Parallax Distance and Nebular Evolution*
- Miranda, L.F., Solf, J. 1992, A&A, 260, 397–410: *Long-slit spectroscopy of the planetary nebula NGC 6543 - Collimated bipolar ejections from a precessing central source?*

Ver también los enlaces en:  
<http://www.astroex.org/>





## Colofón



**Programa de Ejercicios de Astronomía de ESA/ESO**  
**Ejercicio 3: Medida de la distancia a la Nebulosa**  
**Ojo de Gato**  
**2ª Edición (23.05.2002)**

Producido por:

El Centro de Información de la Agencia Espacial Europea del Hubble y el Observatorio Europeo Austral.

<http://www.astroex.org/>

(Versiones pdf de este material y enlaces relacionados están disponibles en esta dirección web)

Dirección:

European Southern Observatory  
Karl-Schwarzschild-Str. 2  
D-85748 Garching bei München  
Alemania

Teléfono: +49 89 3200 6306 (ó 3200 60)

Fax: +49 89 3200 64 80 (ó 320 32 62)

E-mail: [info@astroex.org](mailto:info@astroex.org)

Texto por:

Anne Værnholt Olesen, Lars Lindberg Christensen,  
Jean-Marc Brauer y Artraud Bacher

Gráficas y diseño:

Martin Kornmesser

Traducción:

Álvaro Llorente

Revisión de la traducción:

Rosa Maria Ros y Francisco Barradas Solas

Coordinación:

Lars Lindberg Christensen y Richard West

Damos la gracias a Darren Reed y Arsen Hajian los datos suministrados, y a Nina Troelsgaard Jensen, Frederiksberg Seminarium, por sus comentarios



## Guía del professor

### Resumen

Medimos la velocidad de expansión angular de la Nebulosa Ojo del Gato investigando cuidadosamente las dos imágenes del Hubble tomadas en 1994 y 1997. Con la ayuda de las medidas de la velocidad tangencial procedentes de un artículo científico anterior, se puede determinar la distancia a la nebulosa. También derivamos la distancia midiendo cuánto han cambiado entre 1994 y 1997 los perfiles de intensidad radiales de elementos prominentes de las dos imágenes.

En este ejercicio los estudiantes llevan a cabo un número menor de medidas que en los ejercicios 1 y 2, pero se les presentan dos métodos diferentes — uno “tradicional” y otro “menos tradicional” — para calcular la distancia a un objeto astronómico.

En el artículo científico original los astrónomos usan tres métodos diferentes, pero el tercero requiere unos programas informáticos sofisticados y no es fácil repetir sus medidas y cálculos.

### Tarea 1 y 2

Usando la ecuación “distancia = velocidad • tiempo” encontramos:

$$a = \omega \cdot t$$

$$l = v_t \cdot t$$

### Tarea 3

Usando la Figura 6 de la sección Herramientas Matemáticas, con  $b = l$  and  $c = D$ , obtenemos:

$$D = l / a = v_t / \omega$$

La expresión de  $\omega$ :

$d$  es la distancia angular al elemento en cuestión en la imagen de 1994.  $F$  es el factor de aumento.  $F \cdot d$  es la distancia angular al mismo elemento en la imagen de 1997, de manera que  $(F - 1)d$  es la diferencia angular entre la imagen de 1994 y la de 1997. Dividiendo entre el tiempo transcurrido, obtenemos la velocidad angular.

### Tarea 4

El mejor factor de aumento es **1.00275**, que es el promedio de 1.0025 y 1.0030.

$F = 1.00275$  da el resultado más próximo a los resultados del artículo científico.

### Tarea 5

El tiempo transcurrido desde el 18 de Septiembre de 1994 al 17 de Agosto de 1997 (las fechas se encuentran en la página 7) se puede calcular fácilmente. Observa que 1996 es un año bisiesto.

$$t = 3 \text{ años} + 1 \text{ días} - 31 \text{ días} = 1065 \text{ días} = \mathbf{9.2016 \times 10^7 \text{ s}}$$

Con cuatro cifras significativas, un día más o menos no produce diferencias apreciables.

### Tarea 6

De una imagen impresa en papel de 149 mm x 130 mm:

44 mm corresponden a 10 segundos de arco de forma que 1 segundo de arco corresponde a **4.4 mm**

Una medida directa de la distancia de la estrella central al eje menor de E25 produce:

17.5 mm, correspondientes a  $d = 3.98$  segundos de arco =  **$1.9282 \times 10^{-5}$  radianes** (usando el factor de conversión dado en la sección Herramientas Matemáticas).



## Guía del profesor

### Tarea 7

Usando el método de aumento se calcula  $\omega$ :

$$\omega = (F-1) \times d/t = (1.00275-1) \times 1.9282 \times 10^{-5} / (9.2016 \times 10^7) = \mathbf{5.7628 \times 10^{-16} \text{ radianes/s}}$$

### Tarea 8

Usando este valor se obtiene la distancia:

$$D = v_t/\omega = 16.4 / (5.7628 \times 10^{-16}) = 2.8459 \times 10^{16} \text{ km} = \mathbf{922 \text{ pc}}$$

### Tarea 9

Cálculo de  $\omega$  y la distancia D a la Nebulosa Ojo de Gato usando el método de ajuste radial. Desafortunadamente hay alguna libertad en la elección de los puntos de medida — pudiendo modificar el resultado en el sentido que se desee.

Un promedio sobre 12 puntos medidos (en la parte superior e inferior del elipsoide) da:

Arriba	3.55	3.09	3.23	3.94	4.15	2.71
Abajo	2.82	3.45	6.06	2.67	3.40	3.45
$\omega$ _promedio (mas/año)	3.54					
$\omega$ _promedio (rad/año)	$5.45 \times 10^{-16}$					
D (km)	$3.01 \times 10^{16}$					
D (parsec)	976					

$$\omega = 3.54 \text{ mas/año} = 3.54 \times 10^{-3} \times 4.8481 \times 10^{-6} / (365 \times 24 \times 3600) \text{ radianes/s} = \mathbf{5.45 \times 10^{-16} \text{ radianes/s}}$$

### Tarea 10

$$T = d/\omega = (1.9282 \times 10^{-5}) / (5.7628 \times 10^{-16}) = 3.3460 \times 10^{10} \text{ s} = \mathbf{1061 \text{ años}}$$

con el valor de  $\omega$  obtenido por el método de ajuste radial:

$$T = 3.539 \times 10^{10} \text{ s} = \mathbf{1123 \text{ años}}$$

### Tarea 11

El resultado de Reed y colaboradores es  $D = 1001 \pm 269 \text{ pc}$ ,  $T = 1039 \pm 259 \text{ años}$ .

Observa que ambos métodos dejan libertad suficiente para ajustes involuntarios. Puede ser una buena idea dejar a los estudiantes llevar a cabo un análisis más formal de valores mínimos y máximos. Incluso aunque hay que tomar muchas decisiones durante las medidas y los cálculos, es difícil obtener resultados totalmente descabellados.

[www.astroex.org](http://www.astroex.org)

